

УДК 004.89+004.021

ВОЗМОЖНОСТИ ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ

П.В. Казаков (*pvk_mail@list.ru*)

*Брянский государственный технический университет,
Брянск*

Рассматривается возможность решения задачи многокритериальной оптимизации (МО) инвестиционного портфеля с помощью многокритериальных генетических алгоритмов (МГА) «первого поколения». Представлены экспериментальные результаты применения МГА для поиска множества вариантов оптимальных инвестиционных портфелей с различными соотношениями доходность/риск.

Введение

Оптимизация инвестиционного портфеля (ИП) [Дубровин и др., 2008], [Мищенко и др., 2002], [Серов, 2000] является одной из важных экономических задач, направленной на повышение качества инвестирования финансовых средств в виде надежного сбережения капитала или получения максимального дохода при допустимом риске. Известно, что особенностью ИП является наличие у него инвестиционных свойств, недостижимых с позиций отдельно взятой ценной бумаги, а именно возможность формирования разных ИП с собственным балансом между предполагаемым риском и ожидаемой доходностью в определенный период времени. Одной из главных рекомендаций при формировании ИП является наличие в нем различных слабокоррелирующих активов [Мищенко и др., 2002, Серов, 2000]. Такой инвестиционный портфель называется диверсифицированным. Установлено, что максимальное снижение риска достигается, если в портфель отобраны от 10 до 15 различных ценных бумаг [Мищенко и др., 2002].

В настоящее время существуют различные модели оптимизации ИП, ориентированные как на статически, фиксировано заданные значения инвестиционных параметров, так и на динамически изменяющиеся

условия инвестиционного планирования, в том числе и в нечеткой среде [Батыршин и др., 2007], [Yazenin, 2004]. Однако независимо от типа моделей портфельной оптимизации в ее основе лежит модель, предложенная Г. Марковицем [Дубровин и др., 2008], [Серов, 2000]. В общем случае эта модель предполагает наличие множества Парето-оптимальных решений при оценке соотношения «доходность-риск», расположенных на так называемой границе эффективности инвестиционных портфелей. Однако эта модель характеризуется высокой вычислительной трудоемкостью, в плане применения численных методов оптимизации. Из-за наличия комбинаторных свойств задача оптимизации ИП на основе модели Г. Марковица относится к NP-сложным - варьируя доли финансовых активов в ИП, можно сформировать их бесконечное множество с собственным балансом между ожидаемой доходностью и риском. Анализ традиционных численных методов многокритериальной комбинаторной оптимизации в многомерных поисковых пространствах и, в частности применительно к решению задачи оптимизации ИП в постановке Г. Марковица, показал их ограниченность, как по точности, так и по времени поиска. Поэтому перспективным здесь является применение специального класса генетических алгоритмов для решения задач многокритериальной оптимизации. Их использование позволяет с высокой точностью и за приемлемое время определять не одно, а множество оптимальных решений задачи оптимизации ИП по соотношению доходность/риск.

1. Постановка задачи и генетические алгоритмы для многокритериальной оптимизации ИП

Рассматриваемая задача оптимизации ИП основывается на двухкритериальной модели Г. Марковица с незначительной корректировкой (вместо поиска долей каждого из видов финансовых активов в ИП определяется их количество), учитывающей доступные фактические данные [Социальная сеть инвесторов, 2009] по финансовым активам, предлагаемым на рынке ценных бумаг. Основными параметрами модели являются:

U - объем финансовых средств для формирования инвестиционного портфеля;

α_i - начальная стоимость одной единицы ценных бумаг вида i ($i = 1..n$, далее $n = 15$);

x_i - объем приобретаемых финансовых активов вида i ;

$x_i \in [x_i^-, x_i^+]$ - нижняя и верхняя граница объемов ценной бумаги вида i ;

$\bar{\gamma}_i$ - ожидаемая средняя доходность по i -му активу;

$f_1 = \gamma \rightarrow \max$ – оптимизируемый критерий «доходность инвестиционного портфеля»

$f_2 = \sigma_R \rightarrow \min$ – оптимизируемый критерий «риск инвестиционного портфеля».

Для оценки найденных ИП используются соответствующие принципы Парето-доминирования и Парето-оптимальности [Соболь и др., 2006].

В отличие от ряда других в данной модели оптимизации ИП не требуется изначального задания ЛПР желаемых значений доходности и допустимого риска, сильно зависящих от стохастически изменяющихся инвестиционных возможностей. Основное участие ЛПР предполагается непосредственно на стадии выбора решений из множества найденных альтернатив, что, в целом, снижает психологическую нагрузку ответственности на эксперта. Таким образом, результат решения рассматриваемой задачи зависит от числа и точности найденных Парето-оптимальных решений. В качестве численных методов для получения таких решений применялись различные модели многокритериальных генетических алгоритмов.

В настоящее время МГА условно разделены на два поколения, причем второе поколение является развитием соответствующих алгоритмов первого за счет использования средств реализации в МГА стратегии элитизма, вторичной популяции (Парето-архива) и специальных методов ее обработки. В данной статье рассматриваются МГА первого поколения [Deb, 2009], включающие Nondominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA), Niche-Pareto Genetic Algorithm (NPGA), Multi-Objective Genetic Algorithm (MOGA) и относящиеся к группе МГА «рекомендованных к применению» [Van Veldhuizen et al., 2000]. В сравнении с другими генетическими алгоритмами с возможностями решения задач МО (Vector Evaluated Genetic Algorithm [Van Veldhuizen et al., 2000], Weighting-based Genetic Algorithm [Van Veldhuizen et al., 2000]) эти алгоритмы позволяют решать задачи многокритериальной оптимизации в естественной многокритериальной постановке, используют необходимые технологии поддержания разнообразия популяции (niching, fitness sharing), имеют приемлемую вычислительную сложность. Анализ результатов применения МГА первого поколения для решения различных тестовых задач многокритериальной оптимизации показал их высокую эффективность и быстродействие, что является достаточным обоснованием их применения для решения задачи многокритериальной оптимизации инвестиционного портфеля.

2. Тестовые данные для задачи оптимизации ИП

В качестве тестового примера использовались следующие входные данные [Социальная сеть инвесторов, 2009] математической модели оптимизации ИП (табл. 1).

Табл. 1.

№	Название актива	Начальная стоимость (руб.)	Ожидаемая доходность (%)	Минимальное число ценных бумаг в портфеле	Максимальное число ценных бумаг в портфеле
1	Газпром	104	7	100	1000
2	Роснефть	108	8	200	600
3	Аэрофлот	24	3	100	500
4	Объединенные машиностроительные заводы	150	12	100	500
5	Заволжский моторный завод	62	15	100	500
6	Новолипецкий металлургический комбинат	30	5	200	700
7	Приволжское морское пароходство	5	15	100	500
8	Брянская сбытовая компания	12	10	300	700
9	Калужская сбытовая компания	13	10	200	600
10	Мобильные Теле-Системы	114	5	200	500
11	РБК информационные системы	13	12	300	800
12	ДИКСИ	56	11	100	500
13	Сбербанк	18	5	100	600
14	М.Видео	26	6	100	200
15	Иностранная валюта (€)	39	7	500	2000

Предварительно, на основе анализа динамики за определенный период индексов и котировок ценных бумаг, выбирались активы-кандидаты в инвестиционный портфель. В данном случае проверялось выполнение условия наличия положительной доходности активов в течение одного месяца, а также учитывался коэффициент корреляции доходности активов.

Для оценки риска брались результаты торгов ценными бумагами в течение трех месяцев.

Каждый вариант инвестиционного портфеля кодировался отдельной хромосомой из 15-ти двоичных генов фиксированной разрядности. Декодированное значение гена представляет собой нормализованное в интервале $[0, 1]$ вещественное число. Поэтому при определении реального числа ценных бумаг актива i выполнялось масштабирование в соответствующий этому активу интервал $[x_i^-, x_i^+]$ с последующим округлением до целого. Для контроля за расходованием средств, выделенных на формирование ИП (желание ЛПР «вложить» в ИП всю сумму или получить некоторый остаток денежных средств после формирования ИП, возможность превышения объема выделенных средств для формирования более лучшего ИП) к каждому критерию добавлялась специальная штрафная функция [Аверченков и др., 2009].

3. Результаты применения МГА для оптимизации ИП

Все генетические алгоритмы участвовали в двух группах тестов. В каждой группе исследовались различные наборы значений управляющих параметров МГА: вероятность кроссинговера (Pc), вероятность мутации (Pm), радиус ниши (σ_{share}) (табл. 2). Значения размера популяции ($Np = 100$) и числа поколений ($Ng = 300$) не изменялись, $U = 700\,000$ руб. Важно, что в отличие от первой группы тестов во второй - использовался Парето-архив. Он позволяет накапливать и упорядочивать недоминируемые решения за все поколения работы МГА. В итоге достигается более мощное итоговое множество и высокая протяженность границы Парето. Не использование Парето-архива в МГА удобно при их настройке, так как позволяет легче контролировать количество и качество найденных решений для разных конфигураций алгоритмов.

Результаты работы МГА могут быть оценены по трем основным показателям: точности найденных решений (их близость к глобально оптимальным), количеству найденных решений и степени равномерности их распределения по границе Парето. Для решаемой задачи глобально оптимальные решения неизвестны, поэтому качество работы МГА определялось как визуально, так и с помощью специальной метрики для количественной оценки равномерности заполнения точками границы Парето. Значения этой метрики вычисляются по следующей формуле [Deb, 2009]:

$$\Delta = \frac{\sum_{i=1}^{NP} |d_i - \bar{d}|}{(NP - 1)\bar{d}},$$

где d_i - Евклидово расстояние между i -ой точкой и ближайшей к ней на границе Парето;

\bar{d} - среднее значение расстояний;
 NP – число точек на границе Парето.

На рис.1 показаны границы Парето, соответствующие лучшим конфигурациям МГА в каждой группе тестов.

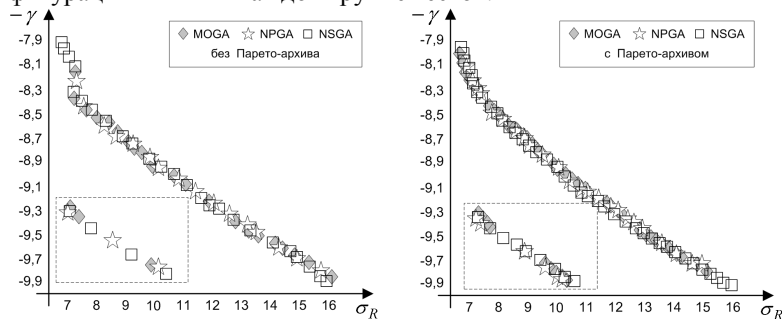


Рис.1. Результаты многокритериальной оптимизации ИП различными МГА

В табл. 2 приведены результаты тестов МГА (с использованием Парето-архива), а также соответствующие значения управляющих параметров.

Табл. 2.

Параметр МГА и оценочные показатели его работы	MOGA	NPGA	NSGA
P_c	0,9	0,9	0,9
P_m	0,001	0,003	0,003
σ_{share}	0,23	0,32	0,14
NP	51	45	39
Δ	0,762	0,683	0,467

Анализ полученных тремя МГА (при использовании Парето-архива) границ Парето позволяет сделать вывод о достаточной схожести по точности найденных решений. Больше всего различных точек Парето было определено с помощью MOGA (51), на втором месте NPGA (45) и на третьем NSGA (39). Однако у NSGA по сравнению с двумя другими МГА оказалась наиболее равномерно заполненная граница Парето ($\Delta = \min$). Поэтому, несмотря на меньшее число найденных решений результаты, полученные NSGA являются более предпочтительными для последующих обработки и выбора ЛПП окончательного решения. Точки, найденные MOGA и NPGA, располагаются достаточно плотно друг к другу, но с относительно большой фрагментацией вдоль границы Парето. В итоге для ЛПП может быть потеряны целый ряд решений с достаточно отличающимся соотношением доходность/риск.

Время поиска всеми МГА было существенно ниже времени, потраченного на их настройку, что позволяет применять рассматриваемые

алгоритмы в реальных экономических условиях с динамически изменяющимися входными данными.

Заключение

С помощью специальных генетических алгоритмов (NSGA, NPGA, MOGA) была решена задача многокритериальной оптимизации инвестиционного портфеля. Каждый из трех рассмотренных МГА сумел найти множество Парето для этой задачи, но разной мощности и разбросом границы Парето. Полученные результаты могут быть улучшены посредством применения МГА «второго поколения» (SPEA, SPEA2, NSGA2 [Deb, 2009]), что является перспективой дальнейших исследований.

Список литературы

- [Аверченков и др., 2009] Аверченков В.И., Казаков П.В. Эволюционное моделирование и его применение: монография. - Брянск: БГТУ, 2009.
- [Батыршин и др., 2007] Батыршин И.З., Недосекин А.О., Стецко А.А., Тарасов В.Б., Язенин А.В., Ярушкина Н.Г. Нечеткие гибридные системы. Теория и практика / Под. ред. Н. Г. Ярушкиной. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
- [Дубровин и др., 2008] Дубровин В.И., Юськив О.И. Модели и методы оптимизации выбора инвестиционного портфеля // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. 2008. №1.
- [Мищенко и др., 2002] Мищенко А.В., Попов А.А. Некоторые подходы к оптимизации инвестиционного портфеля // Менеджмент в России и за рубежом. 2002. №2.
- [Серов, 2000] Серов В.М. Инвестиционный менеджмент. – М.: ИНФРА-М, 2000.
- [Соболь и др., 2006] Соболь И.М., Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. – М.: Дрофа, 2006.
- [Социальная сеть инвесторов, 2009] Социальная сеть инвесторов. –<http://tikr.ru>.
- [Deb, 2009] Deb K. Multi-objective optimization using evolutionary algorithms. – Wiley, 2009.
- [Van Veldhuizen et al., 2000] Van Veldhuizen D. and Lamount G. Multiobjective evolutionary algorithms: analyzing the state-of-the art. // Evolutionary computation. 2000. № 8(2).
- [Yazenin, 2004] Yazenin A.V. Optimization with Fuzzy Random Data and its Application in Financial Analysis // In Proceedings of the International Conference on Fuzzy Sets and Soft Computing in Economics and Finance, 2004.