

**Ю.Р. ЦОЙ**

Томский политехнический университет  
[Qai@mail.ru](mailto:Qai@mail.ru), <http://qai.narod.ru>

## **НАСТРОЙКА КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ С ПОМОЩЬЮ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ**

### **Аннотация**

Рассматривается применение искусственных нейронных сетей (ИНС) для настройки клеточных автоматов. Описываются возможные варианты поставленной задачи. Предлагаются два варианта решения: точное решение и «усреднение» таблицы правил клеточного автомата. Рассматриваются вопросы оценки и обучения ИНС для решения поставленной задачи.

### **1. Введение**

Природные явления и системы во все времена привлекали внимание мыслителей, ученых и инженеров. Наверное, одним из самых интригующих природных феноменов является то, каким образом достаточно простые элементы в сочетании несложными локальными правилами взаимодействия рожают богатство форм и поведения самой различной степени сложности. Неоднократно предпринимались попытки создания моделей, воспроизводящих подобные явления.

Развитие средств вычислительной техники позволило воплотить «в жизнь» некоторые модели и изучить их более подробно. Одной из таких моделей являются клеточные автоматы (КА). КА могут рассматриваться как децентрализованные распределенные в пространстве системы, состоящие из множества идентичных простых компонент (клеток) с локальной связанностью [1]. Каждая клетка характеризуется своим состоянием, которое изменяется в зависимости от состояния клеток в окрестности заданного радиуса и формы. Правила изменения состояний клеток задаются таблицей правил. Пример работы 1-мерного бинарного КА показан на рис. 1 (по [1]). Для изображения динамики (поведения) одномерных КА удобно использовать пространственно-временные диаграммы (рис. 2).

Вероятно, самым известным среди существующих КА является игра «Жизнь» Джона Конвея [2]. Примечательно также, что один из двух самовоспроизводящихся автоматов Джона фон Неймана был клеточным автоматом с 29 состояниями на клетку [3]. Среди инженерных приложений

клеточные автоматы нашли применение в сфере обработки сигналов, управлении ресурсами в распределенных системах и моделировании природных явлений.

Большой сложностью при решении задачи синтеза КА, демонстрирующего требуемое поведение, является поиск параметров автомата (количество состояний, радиус и форма окрестности, тип границ) и таблицы правил, описывающей этот автомат.

### Таблица правил f:

окрестность:	000	001	010	011	100	101	110	111
новое состояние	0	1	1	1	0	1	1	0

### Работа клеточного автомата:

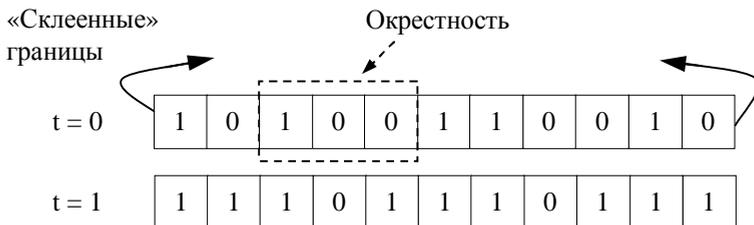


Рис. 1. Пример таблицы правил и работы КА (по [1])

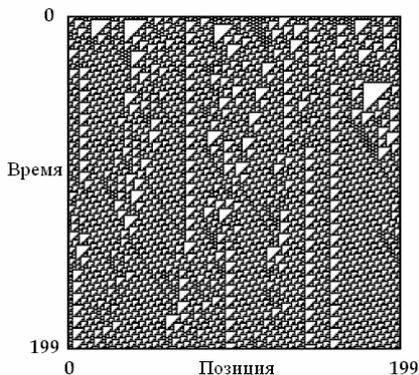


Рис. 2. Пространственно-временная диаграмма для КА с таблицей правил, приведенной на рис. 1 (по [1]). Клетки с состоянием «0» показаны белым цветом, клетки с состоянием «1» – черным

Сложность поиска нужной таблицы правил обусловлена, в первую очередь, размерами пространства поиска. Например, если для КА на рис. 1 общее количество правил равно  $2^3 = 8$ , а количество возможных таблиц правил равно  $2^{2^3} = 256$ , то при увеличении числа состояний до 3, в таблице правил окажется  $3^3 = 27$  правил, а пространство поиска вырастет до  $3^{3^3} \approx 7,5 \cdot 10^{12}$  точек. Рассмотрим более подробно возможные варианты задачи поиска таблицы правил по известному поведению КА.

## **2. Варианты задачи поиска таблицы правил по известному поведению КА**

Неформально задачу поиска таблицы правил одномерного КА по его поведению можно сформулировать следующим образом:

«Имеется частично или полностью заполненная пространственно-временная диаграмма КА, причем в момент времени  $t = 0$  известны состояния всех клеток КА. Необходимо найти такую таблицу правил, для которой соответствующая пространственно-временная диаграмма совпала бы с данной при одинаковых начальных состояниях КА.»

Будем также считать, что форма и характеристики окрестности клеток известны, а радиус окрестности неизвестен.

Исходя из приведенной неформальной формулировки задачи, можно предположить 4 следующих возможных варианта задания исходной пространственно-временной диаграммы (и, соответственно, 4 варианта задачи поиска таблицы правил):

1. Пространственно-временная диаграмма определена полностью.
2. Пространственно-временная диаграмма содержит пробелы (состояния некоторых клеток для различных моментов времени неизвестны).
3. Пространственно-временная диаграмма содержит неточные данные, когда состояния некоторых клеток определены неверно.
4. Пространственно-временная диаграмма содержит и пробелы, и неточные данные.

В первом варианте при небольшом количестве состояний клеток и сравнительно малом радиусе окрестности таблицу правил можно восстановить непосредственно из пространственно-временной диаграммы. К примеру, по диаграмме на рис. 2 можно полностью восстановить таблицу правил КА, зная радиус окрестности. Однако при увеличении количества правил в таблице прямое решение задачи становится сложнее, и возмож-

ность его нахождения зависит от размеров таблицы правил и размеров пространственно-временной диаграммы.

Второй вариант задачи, в целом, аналогичен первому, но наличие пробелов вносит неопределенность в динамику КА. При превышении доли клеток с неизвестными состояниями некоторого критического значения, проверить правильность восстановленной таблицы правил, не имея дополнительной информации, становится невозможно, и задача становится некорректной.

Для третьего варианта задачи также характерна неопределенность поведения КА. Однако, в отличие от второго варианта задачи, эта неопределенность вызвана противоречивостью в поведении КА. Зная, на каких позициях расположены клетки с неверно определенными состояниями, задачу можно свести ко второму варианту, заменив «плохие» клетки пробелами. В случае, если о расположении таких клеток нет никакой информации, а их доля (которая считается известной, или, по крайней мере, может быть достаточно точно оценена) превышает некоторый порог, задача также становится некорректной.

Последний, четвертый вариант задачи является комбинацией второго и третьего вариантов. Легко заметить, что, как и для третьего варианта задачи, полная информация о расположении клеток с неправильными состояниями, дает возможность свести задачу ко второму варианту. И, опять, при превышении суммарной доли клеток-пробелов и клеток с неверно определенными состояниями некоторого порогового значения, проверка корректности таблицы правил становится невозможной.

Для КА с размерностью больше 1 формулировка задачи и ее варианты будут аналогичны приведенным выше. Отметим, что для вариантов задачи 2-4, также как и для 1-го варианта задачи, возможно прямое извлечение правил из исходной диаграммы, отражающей динамику КА, и их использование для обучения ИНС [4], при условии, что известны радиус окрестности и количество состояний КА. Однако это не всегда осуществимо. Например, если неизвестны состояния клеток для всех нечетных моментов времени, то извлечение информации о правилах из имеющейся диаграммы практически невозможно.

### **3. Два варианта использования ИНС**

Преимуществом реализации таблицы правил посредством ИНС является уменьшение требований к объему памяти, т.к. в памяти будут храниться не сами правила, а информация о соответствующем им преобразо-

вании  $\Phi: \Theta^m \rightarrow \Theta$ , где  $\Theta$  – пространство состояний клеток,  $m$  – количество точек в окрестности клетки.

Рассмотрим возможные варианты использования ИНС для нахождения таблицы правил, которая соответствует КА с известным поведением. Примеры представлены на рис. 3. В обоих вариантах рассматривается аппроксимация закона, по которому сформирована искомая таблица правил, что представляет интерес как для восстановления данных в таблице правил, так и для моделирования системы по ее поведению.

В первом варианте решения предлагается точное определение правил, определяющих динамику КА. При этом на вход ИНС подаются все сигналы, необходимые для точного определения нового состояния  $s_i^*$  рассматриваемой  $i$ -й клетки. На рис. 3а приведен пример для одномерного автомата с симметричной окрестностью единичного радиуса. Отметим, что для первого варианта решения характерна зависимость количества входов ИНС от радиуса окрестности клеток и размерности КА.

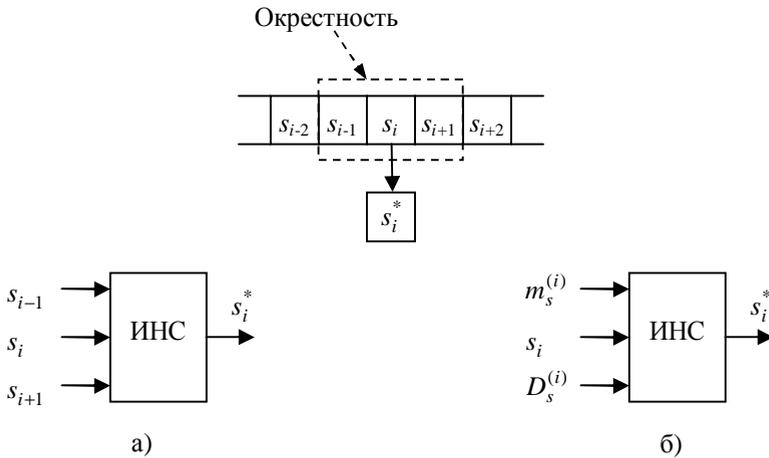


Рис. 3. Варианты использования ИНС для поиска таблицы правил КА: а) первый вариант (точный поиск); б) второй вариант («усреднение»).

Расшифровка обозначений приведена в тексте

Второй вариант решения (пример представлен на рис. 3б) может использоваться когда динамика КА зависит только от статистических характеристик распределения состояний в окрестности клеток автомата.

Таким образом, происходит «усреднение» таблицы правил. В этом случае на вход ИНС помимо состояния клетки  $S_i$  подаются среднее  $m_S^{(i)}$  и дисперсия  $D_S^{(i)}$  состояний в окрестности  $i$ -й клетки. В качестве примера такого автомата можно привести игру «Жизнь» [2], в которой состояния клеток зависят только от количества «живых» соседних клеток. Количество входов ИНС, рассматриваемой во втором варианте решения не зависит ни от радиуса окрестности клеток, ни от размерности КА. Недостатком этого варианта является ограниченность его применения, т.к. далеко не все таблицы правил могут быть «усреднены».

#### 4. Оценка и обучение ИНС

Рассмотрим процедуру оценки ИНС для реализации таблицы правил одномерного КА. По условиям поставленной задачи (раздел 2 данной статьи) известны: размер КА  $N$ , количество тактов функционирования  $T$ , начальные состояния всех клеток  $s_i(0)$ ,  $i \in [1, \dots, N]$ , состояния некоторых клеток в моменты времени, отличные от начального, а также форма окрестности. Обозначим состояния клеток, соответствующих пробелам на исходной диаграмме, «-1». Также обозначим «-1» состояния клеток, для которых известно, что их состояния определены неверно. Полученную пространственно-временную диаграмму будем считать модифицированной исходной диаграммой. Отметим, что радиус окрестности и количество состояний неизвестны и их значения предлагается выбирать по результатам обучения.

Пусть, согласно предложенным в разделе 3 вариантам решения, значение выходного сигнала оцениваемой ИНС  $net_i(t)$  соответствует состоянию  $i$ -й клетки в момент времени  $t+1$ . Тогда можно определить состояние КА с таблицей правил, соответствующей рассматриваемой ИС, в момент времени  $t = 1$ :

$$s_i^*(1) \sim net_i(0), i \in [1, \dots, N].$$

Поступая аналогичным образом, можно итерационно рассчитать состояния всех клеток для любого момента времени. Таким образом, получим пространственно-временную диаграмму, соответствующую КА с таблицей правил, заданной оцениваемой ИНС. Тогда будем оценивать работу ИНС как величину расхождения  $E$  состояний клеток на полученной и модифицированной исходной диаграммах:

$$E = \frac{1}{(1 - gaps)TN} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N r^2,$$

$$r = \begin{cases} s_i^*(t) - s_i(t) & , s_i(t) \neq -1 \\ 0 & , s_i(t) = -1 \end{cases}$$

где *gaps* – доля клеток с неопределенными состояниями (пробелов) на модифицированной исходной пространственно-временной диаграмме;  $s_i^*(t)$  и  $s_i(t)$  – состояния  $i$ -х клеток в момент времени  $t$  соответственно для полученной и модифицированной исходной диаграмм.

Обучение ИНС можно проводить как с помощью алгоритмов локальной оптимизации, так и с помощью алгоритмов глобального поиска, таких как алгоритм имитации отжига и эволюционные алгоритмы, либо с использованием гибридных подходов к обучению.

Для повышения качества получаемой ИНС предлагается обучать сеть не на полной модифицированной исходной диаграмме, а на ее части, соответствующей промежутку времени длительностью  $t_1$ . Оставшуюся часть диаграммы (от  $T-t_1$  до  $T$ ) предлагается использовать для тестирования.

## Заключение

Сформулированная в тексте статьи задача поиска таблицы правил КА по его поведению часто встречается на практике при решении задач моделирования. Предложенные варианты решения поставленной задачи с использованием ИНС достаточно универсальны и подходят для различных начальных условий. Планируется проведение серии вычислительных экспериментов с использованием нейроэволюционного подхода.

### Список литературы

1. Mitchell M. Computation in cellular automata: A selected review / In T. Gramss, S. Bornholdt, M. Gross, M. Mitchell, and T. Pellizzari, Nonstandard Computation. – Weinheim: VCH Verlagsgesellschaft, 1998. – P. 95-140.
2. Berlekamp E., Conway J.H., Guy R. Winning Ways for Your Mathematical Plays, volume 2. – Academic Press, 1982.
3. von Neumann J. Theory of Self-Reproducing Automata / Ed. and compl. by A. W. Burks. – Urbana, IL: University of Illinois Press, 1966.
4. Yamamichi T., Saito T., Taguchi K., Torikai H. Synthesis of Binary Cellular Automata based on Binary Neural Networks // Proceedings of International Joint Conference on Neural Networks. – Montreal, Canada, 2005. – P. 1361-1364.